Уақыт

Жылдамдық:

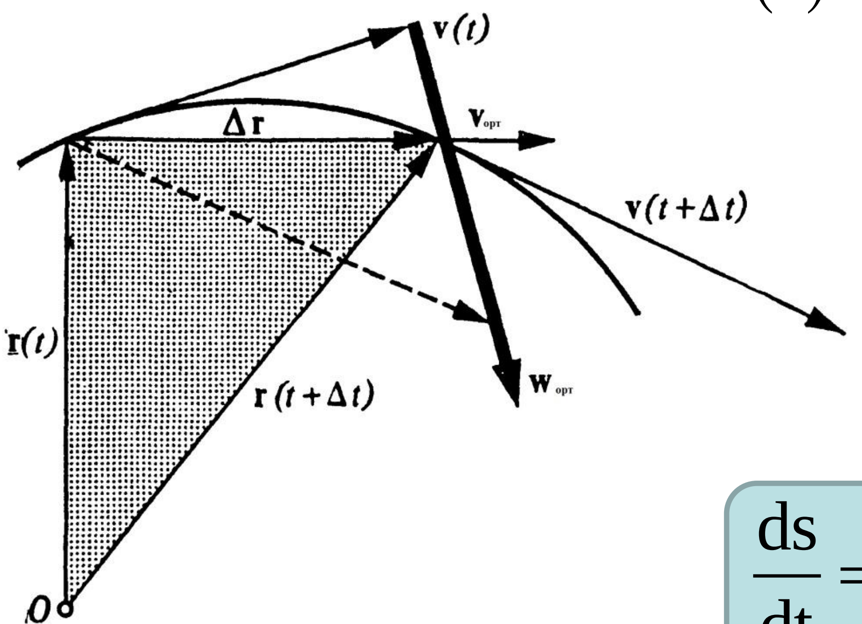
$$\vec{v}_{орт}\left(t, t+\Delta t\right) = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}.$$ - орташа жылдамдық

$$\vec{v}\left(t\right) = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}.$$ - лездік жылдамдық

егер r күрделі функция болса;

$$\vec{v}\left(t\right) = \frac{d\vec{r}}{ds}\frac{ds}{dt}.$$

$$\frac{d\vec{r}}{ds} = \lim_{\Delta s \to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta s} = \lim_{\Delta s \to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\left|\Delta\vec{r}\right|}\frac{\left|\Delta\vec{r}\right|}{\Delta s} = \vec{\tau}.$$



$$\vec{v} = \vec{\tau}\upsilon.$$

$\vec{\tau}$ - бірлік вектор

$$\frac{ds}{dt} = \upsilon.$$

- жылдамдықтың абсолютті мәні

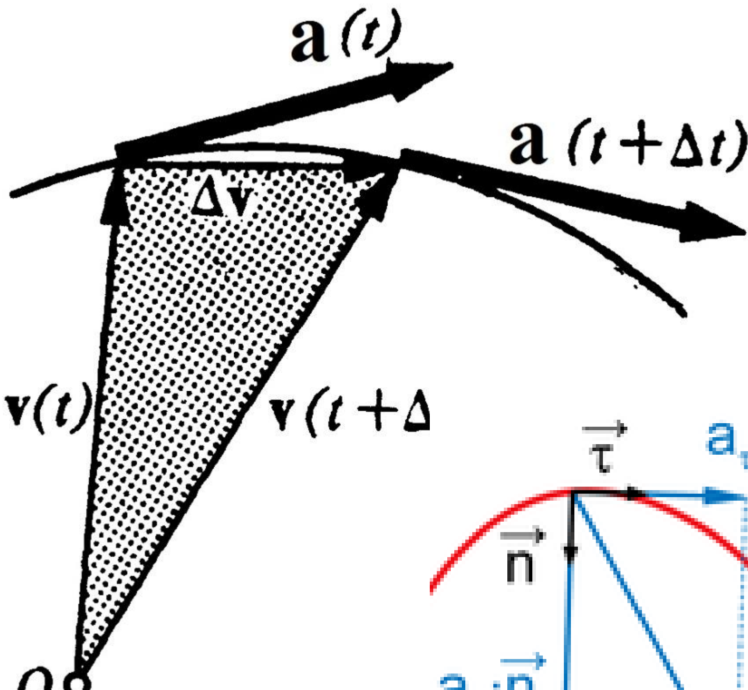
Үдеу:

$$\vec{a}_{орт}(t, t+\Delta t) = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}.$$ - орташа үдеу

$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}.$$ - лездік үдеу

егер $\vec{v} = \vec{\tau}\upsilon.$ болса;

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{\tau}\upsilon) = \frac{d\vec{\tau}}{dt}\upsilon + \vec{\tau}\frac{d\upsilon}{dt}.$$



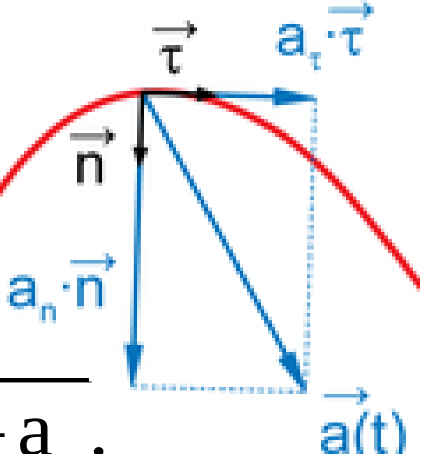
$$\frac{d\vec{\tau}}{dt} = \frac{d\vec{\tau}}{ds}\frac{ds}{dt}.$$

$$\boxed{\frac{d\vec{\tau}}{ds} = \frac{\vec{n}}{R}.}$$

$\vec{n}$ - нормаль бірлік вектор. $\frac{1}{R}$ -қисықтың радиусі

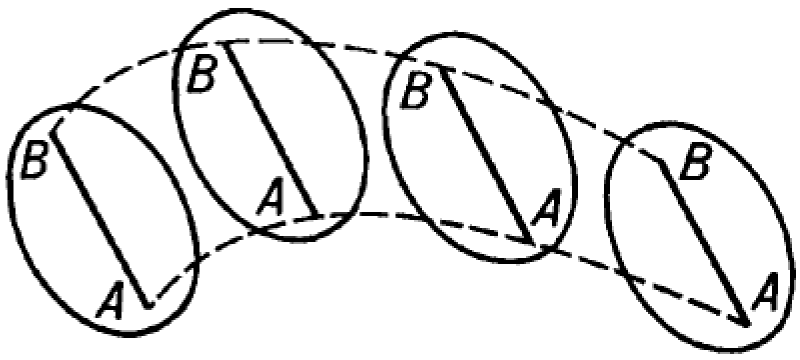
$$\vec{a} = \vec{n}\frac{\upsilon^2}{R} + \vec{\tau}\frac{d\upsilon}{dt}.$$ - толық үдеу:

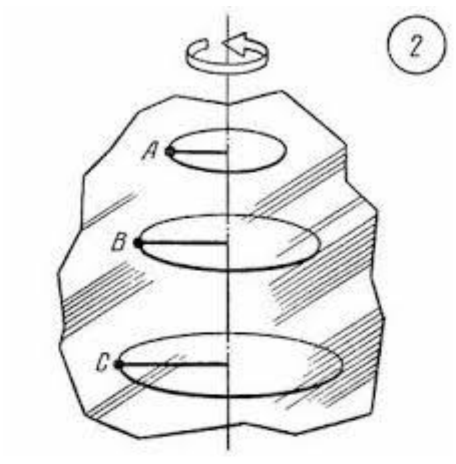
$$a = \sqrt{\left(\frac{\upsilon^2}{R}\right)^2 + \left(\frac{d\upsilon}{dt}\right)^2}.$$ - үдеудің модулі:



$$a = \sqrt{a_n + a_\tau}.$$

- **Ілгерілемелі қозғалыс** – деп денемен байланысқан кез келген түзудің қозғалыс кезінде өз өзіне параллел болып қалатын қозғалысты атайды
- **Айналмалы қозғалыс** – деп дененің кез келкен нүктелерінің, центрлері бір түзудің бойында жататын шеңберлер бойынша қозғалатын қозғалысты атайды. Ал, сол түзуді айналу осі деп атайды.





Айналмалы қозғалыс:

1) бұрыштық жылдамдық

$$s = R\varphi,$$

$$\upsilon = \left(\frac{ds}{dt}\right) = R\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)$$

$$\boxed{\frac{d\varphi}{dt} = \omega.}$$

2) центрге тартқыш үдеу

$$\upsilon = R\omega,$$

$$a_n = \left(\frac{\upsilon^2}{R}\right) = \omega^2 R.$$

3) бұрыштық үдеу

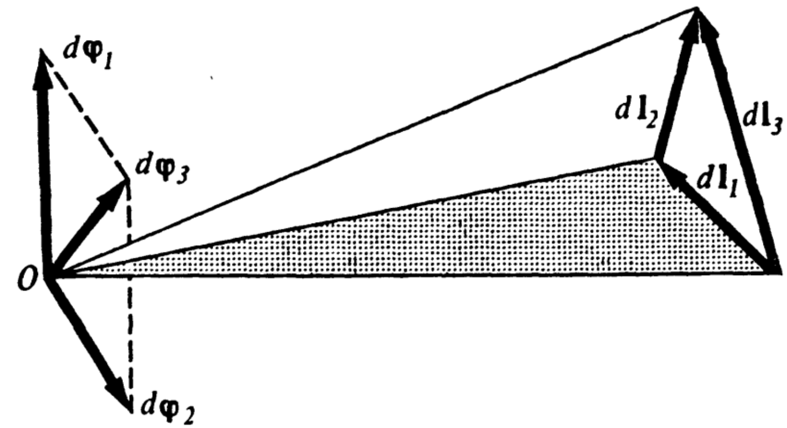
$$a_\tau = \left(\frac{d\upsilon}{dt}\right) = R\left(\frac{d\omega}{dt}\right).$$

$$\boxed{\left(\frac{d\omega}{dt}\right) = \beta.}$$

$$a = \sqrt{a_n + a_\tau} = R\sqrt{\omega^4 + \beta^2}.$$

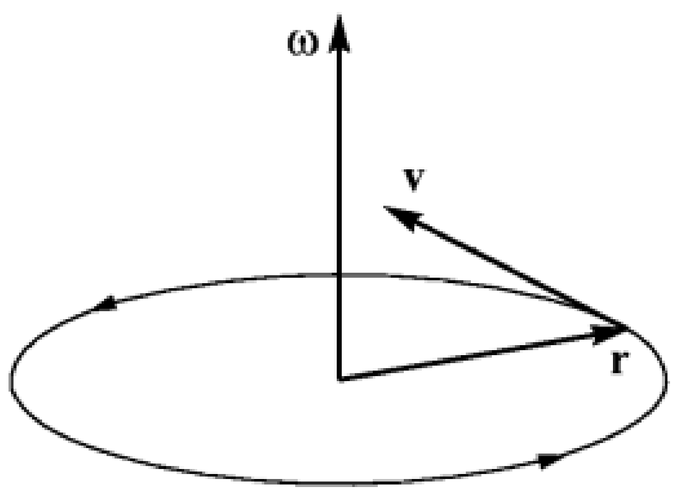
Бұрыштық жылдамдықтың және бұрыштық үдеудің ***векторлары***

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt},$$



$$\vec{v} = \left[\vec{\omega}, \vec{r}\right].$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \left[\frac{d\vec{\omega}}{dt}, r\right] + \left[\vec{\omega}, \frac{d\vec{r}}{dt}\right] = \left[\frac{d\vec{\omega}}{dt}, r\right] + \left[\vec{\omega}, \vec{v}\right],$$



$$\boxed{\vec{a} = \vec{a}_{\tau} + \vec{a}_{n}}$$

Ілгерлемелі қозғалыс кинематикасы

- Ілгерлемелі қозғалыс кезінде денелердің барлық нүктелері бірдей қозғалыс жасайды және денелердің әрбір нүктелерінің қозғалысын қарастырмай олардың бір нүктесінің қозғалысын қарастыруға болады

Кинематиканың негізгі түсініктері

- **Кинематика** деп – денелердің қозғалысын не себептен болатынын қарстырмай зерттейтін механиканың бір бөлімі
- **Механикалық қозғалыс** деп – бір дененің басқа денелермен салыстырғанда уақыт бойынша кеңістіктегі орын ауыстыруын айтады

Бірқалыпты түзу сызықты қозғалыс

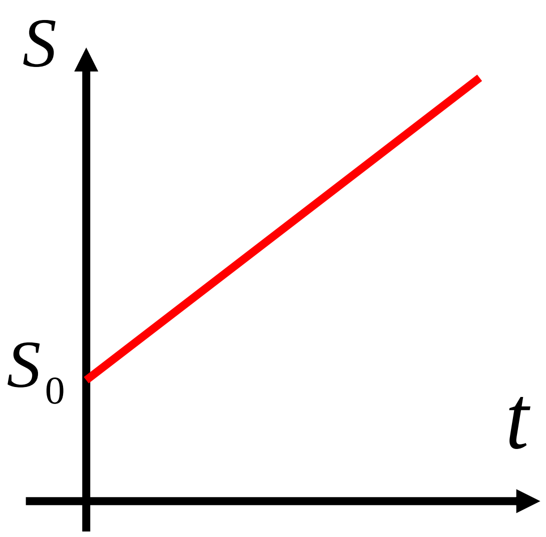
Бірқалыпты қозғалыс - материалдық нүктенің кез келген теңдей уақыт аралықтарында бірдей арақашықтықтарға орын ауыстыруын айтады.

Бірқалыпты қозғалыс кезінде дененің жылдамдығы тұрақты болады, ал үдеуі нольге тең болады. Бірқалыпты түзу сызықты қозғалыстың траекториясы түзу сызық болады.

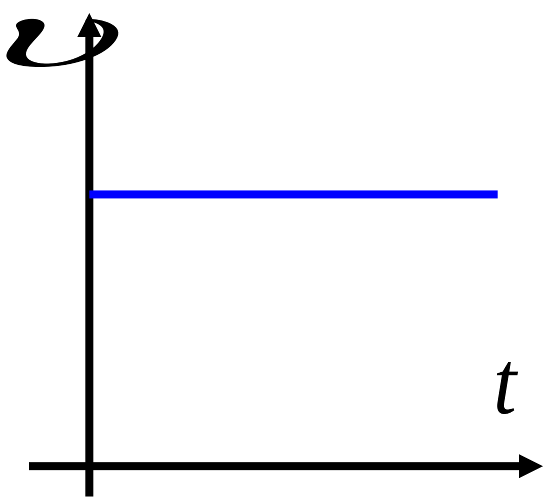
Осы қозғалысты сипаттайтын физикалық шамалар келесі түрде болады:

$$\boxed{\begin{gathered} a=0 \\ V=Const \\ S_x = V_x \cdot t \\ x=x_0+V_x \cdot t \end{gathered}}$$

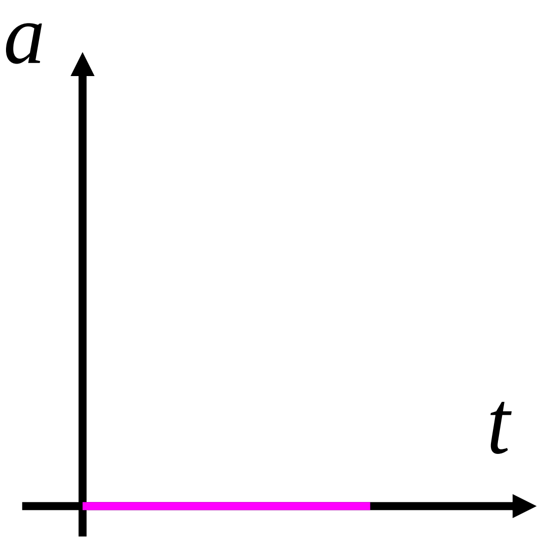
Бірқалыпты түзусызықты қозғалыс кезіндегі орын ауыстырудың, жылдамдықтың және Үдеудің графикалық сызбасы



Орын ауыстыру

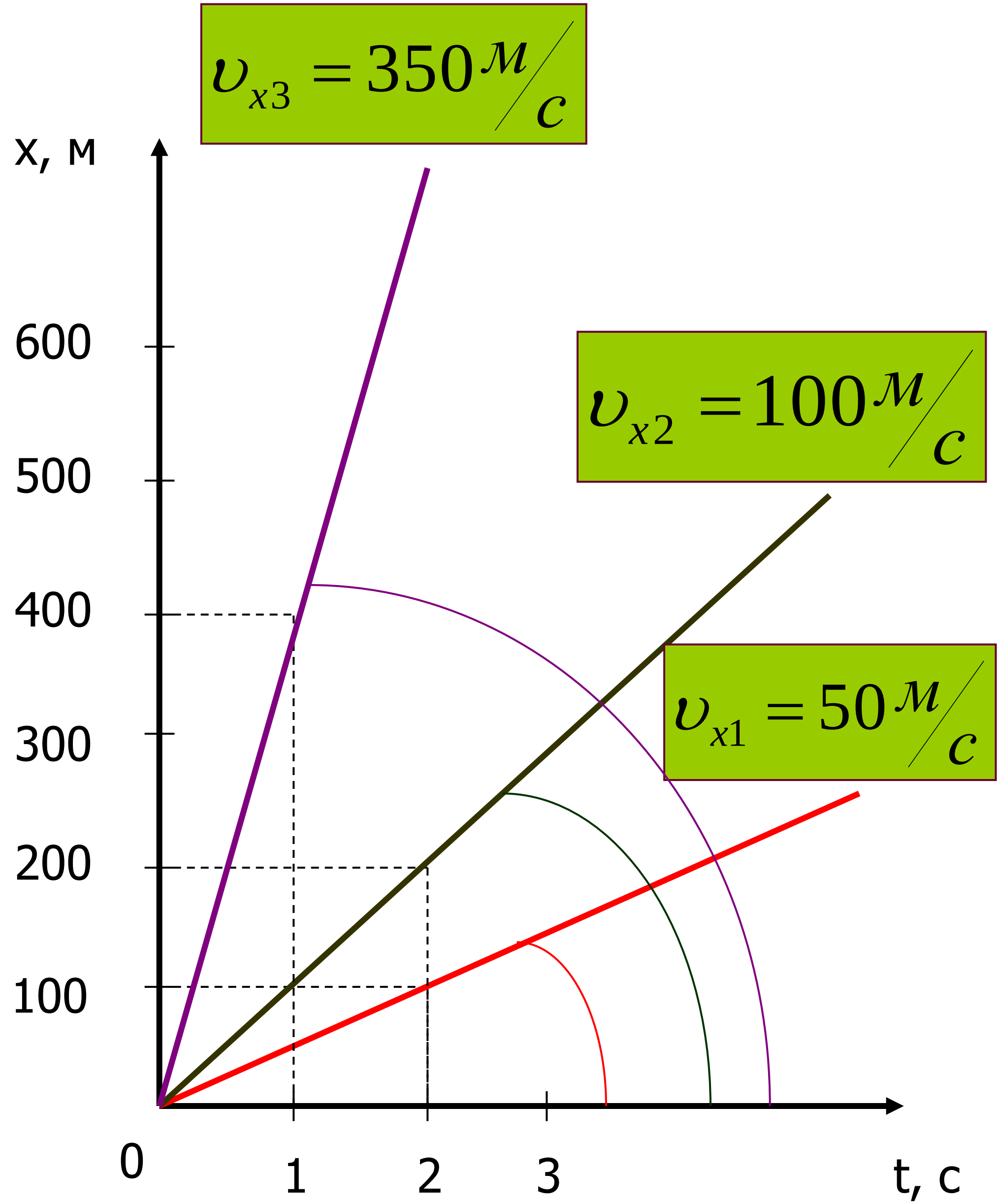


жылдамдық

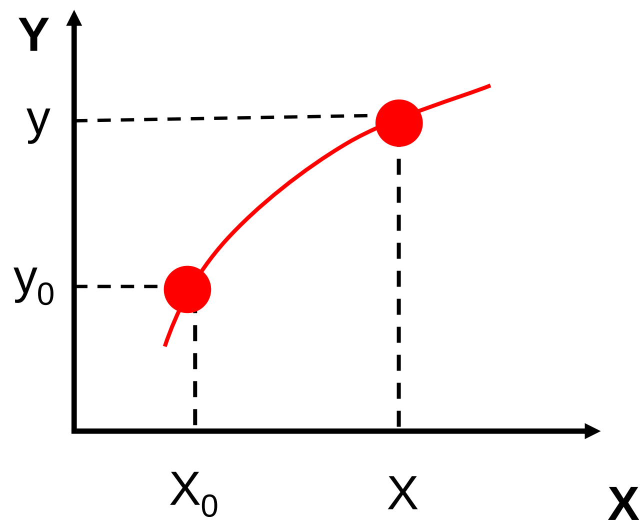


үдеу

Әртүрлі жылдамдықтардың қозғалыс графигі



Қисық сызықты қозғалыс - траекториясы түзу сызық емес, ал қисық сызықты болады.



Қозғалыс бағыты үзіліссіз өзгеріп отырады, яғни жылдамдық векторының бағыты, демек және үдеу векторының бағыты да. Жылдамдық және үдеудің модульдері де өзгеріп отырыуы мүмкін.

Бірқалыпты емес қозғалыс

- Бірдей уақыттар аралықтарында дене әртүрлі арақашықтықтарды басып өтсе, ондай қозғалыстарды бірқалыпты емес немесе айнымалы қозғалыс деп атайды

жылдамдық

Анықтама бойынша $\vec{a} = \dfrac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t}$ Онда бірқалыпты үдемелі қозғалыс

$$\boxed{\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t}$$

ОХ координата өстеріне жылдамдық векторының проекциялары теңдеулері келесі түрде жазылады.

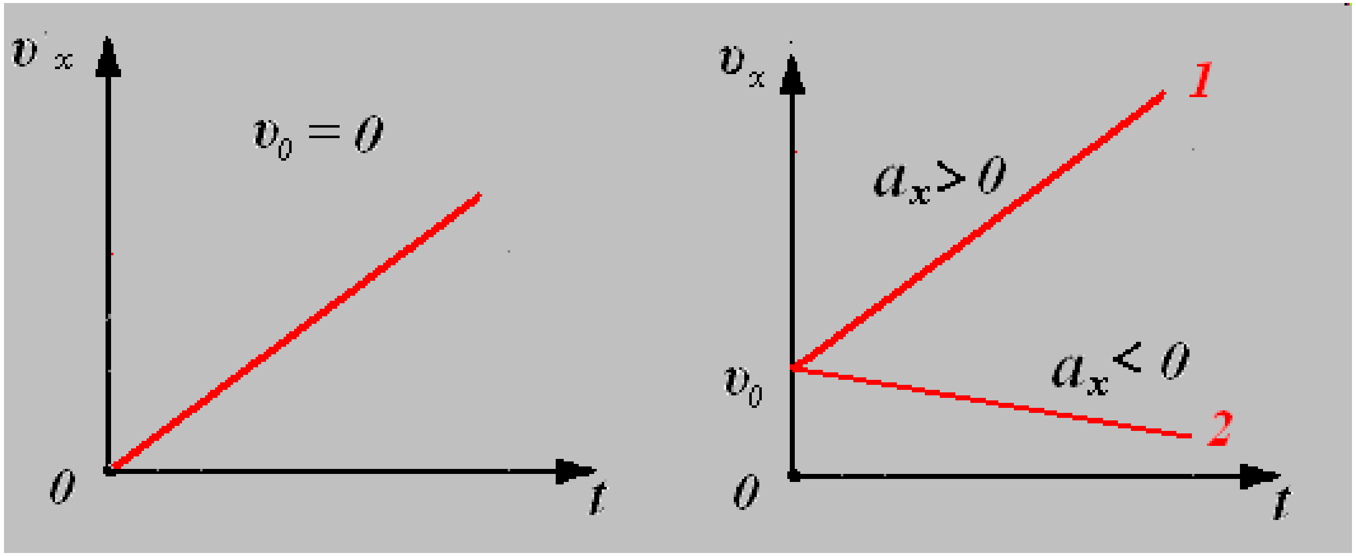
$$v_x = v_{0x} + a_x t$$ $a > 0$ **болғанда**

$$v_x = v_{0x} - a_x t$$ $a < 0$ **болғанда**

Халықаралық СИ жүйесінде жылдамдық келесі бірліктермен өлшенеді:

1м/с

Жылдамдықтың уақытқа тәуелділік графигі



үдеу

– ***Бірқалыпсыз қозғалыстың сипаттамасы 1 секундтың ішінде жылдамдықтың қаншаға өзгеретінін көрсетеді***

$$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t}$$

v – соңғы жылдамдық

$\mathbf{v_0}$ – бастапқы жылдамдық

a – үдеу (м/с²)

a>0 бірқалыпты үдемелі қозғалыс, v өседі

a<0 бірқалыпты кемімелі қозғалыс, v кемиді

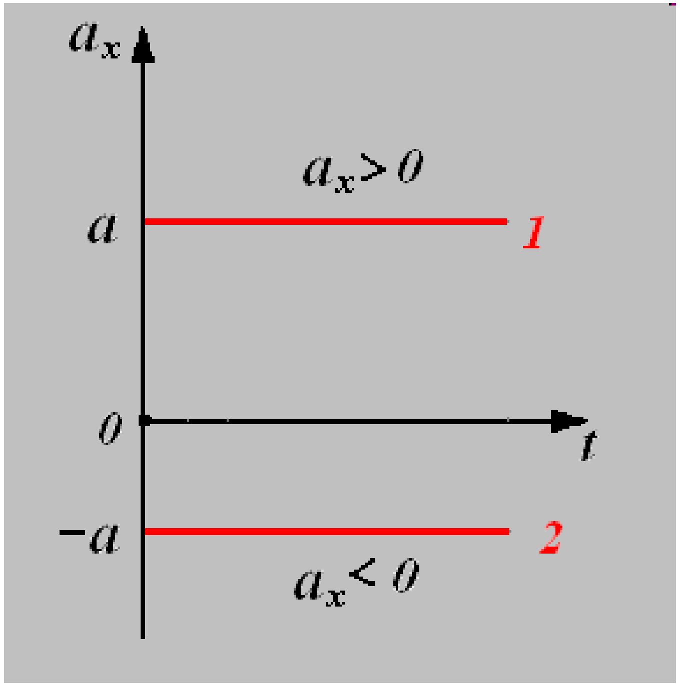
Үдеу векторының бағыты жылдамдықтың бағытына сәйкес келеді

Халықаралық СИ жүйесінде үдеу келесі бірліктермен өлшенеді:

$1м/с^2$

Нүктенің осындай түзусызықты және бірқалыпты үдемелі қозғалысы кезінде 1 секунд ішінде жылдамдық 1м/сек. өзгереді.

үдеу проекциясының уақыт бойынша тәуелділік графигі



Орын ауыстыру

$$\boxed{\vec{S} = \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2}} \qquad (1)$$

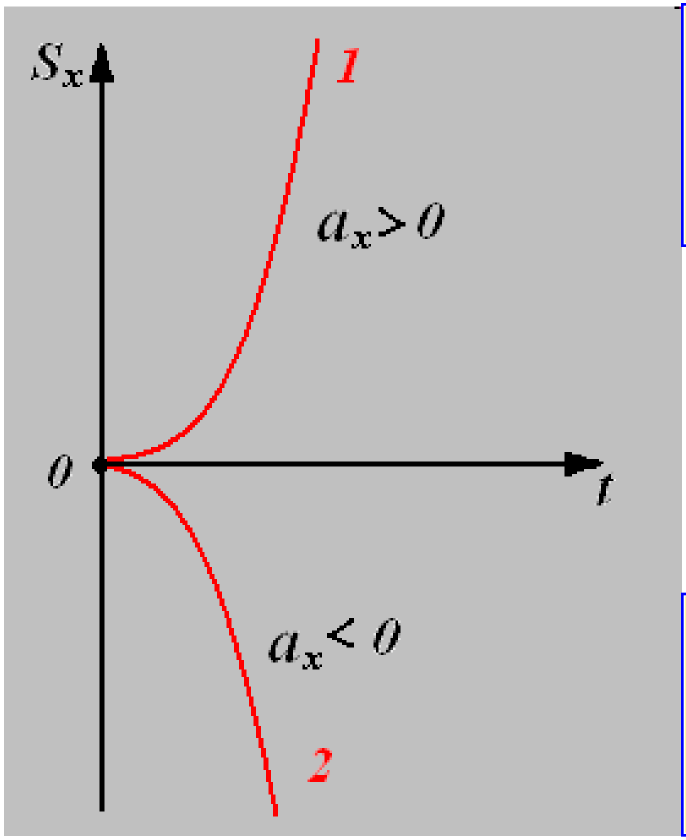
Орын ауыстыруды анықтаудың екінші варианты:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t \quad \rightarrow \quad t = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{\vec{a}}$$ мұны (1) өрнекке қоямыз

$$\vec{S} = \frac{\vec{v}_0(\vec{v} - \vec{v}_0)}{\vec{a}} + \frac{\vec{a}}{2}\left(\frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{\vec{a}}\right)^2$$ бұл жерден

$$\boxed{\vec{S} = \frac{\vec{v}^2 - \vec{v}_0^{\,2}}{2\vec{a}}}$$

орын ауыстыру проекциясының уақытқа тәуелділік графигі



$$S_x = v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$$

$$S_x = v_{0x}t - \frac{a_x t^2}{2}$$

координата

Орын аустырудың проекциясы $S_x = x - x_0$, онда

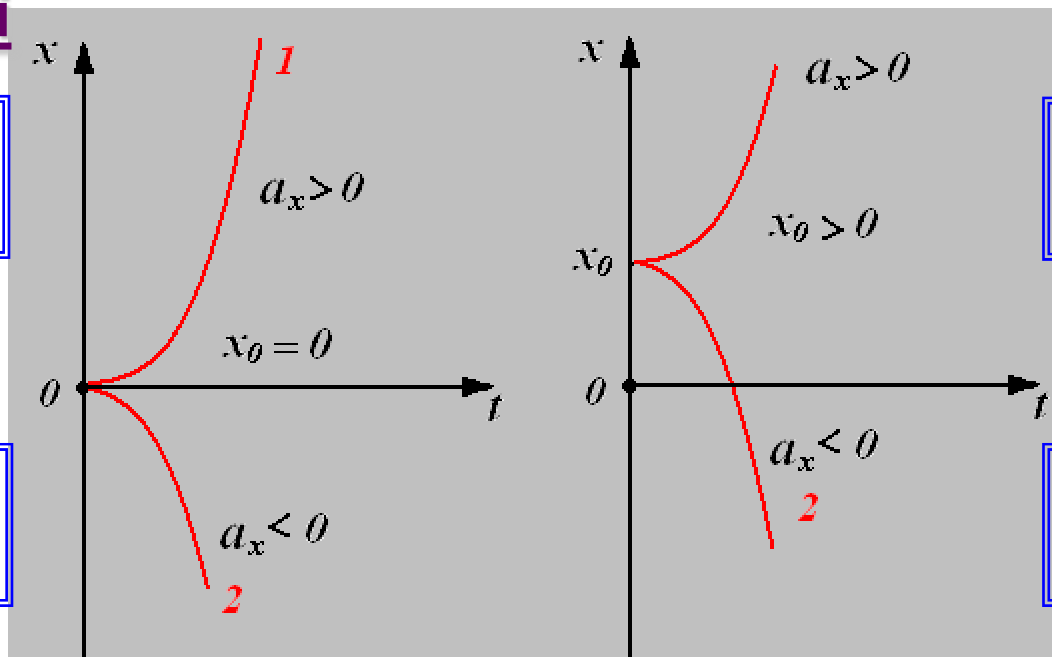
біркалыпты үдемелі қозғалыстағы дененің кез келген уақыт үшін

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

кординатасының уақыт бойынша тәуелділік графигі

$$x = v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$$

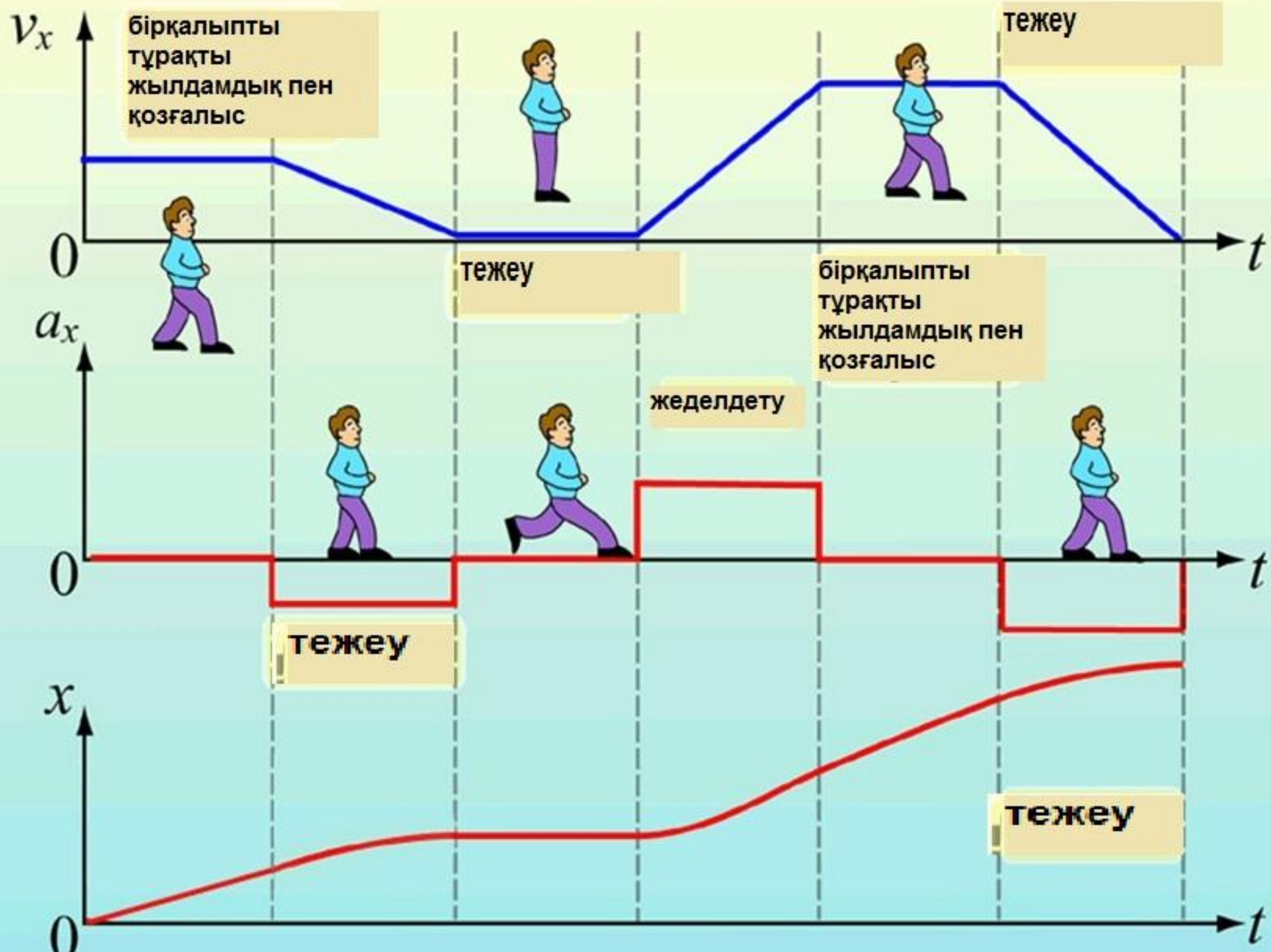
$$x = v_{0x}t - \frac{a_x t^2}{2}$$



$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$$

$$x = x_0 + v_{0x}t - \frac{a_x t^2}{2}$$

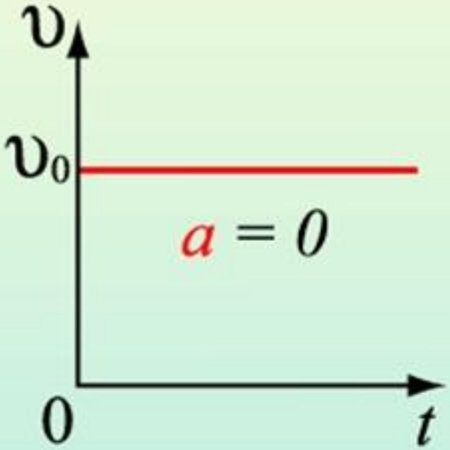
Қозғалысты графикалық сыйпаттау



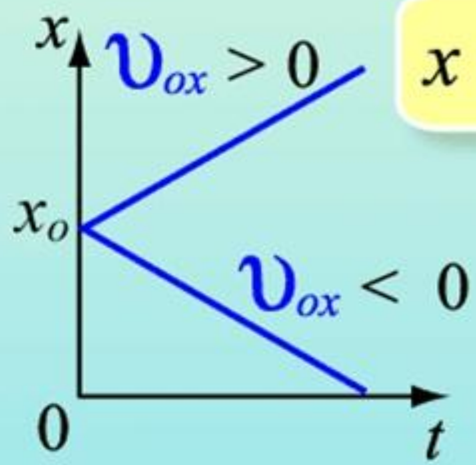
Түзусызықты қозғалыс

бірқалыпты қозғалыс

$$\vec{\upsilon} = \text{const}$$



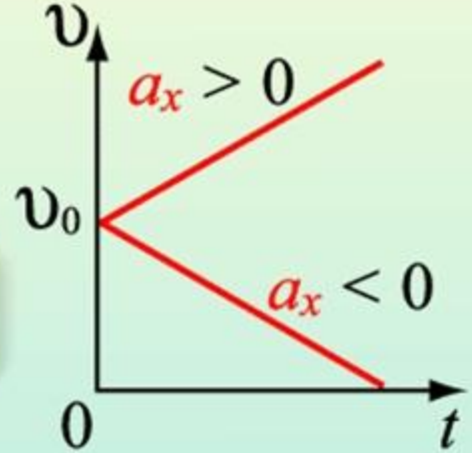
$$\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_0$$



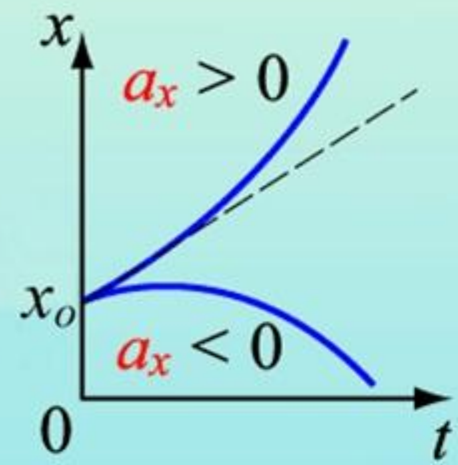
$$x = x_o + \upsilon_{ox} t$$

бірқалыпты айнымалы қозғалыс

$$\vec{a} = \text{const}$$



$$\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_0 + \vec{a}t$$

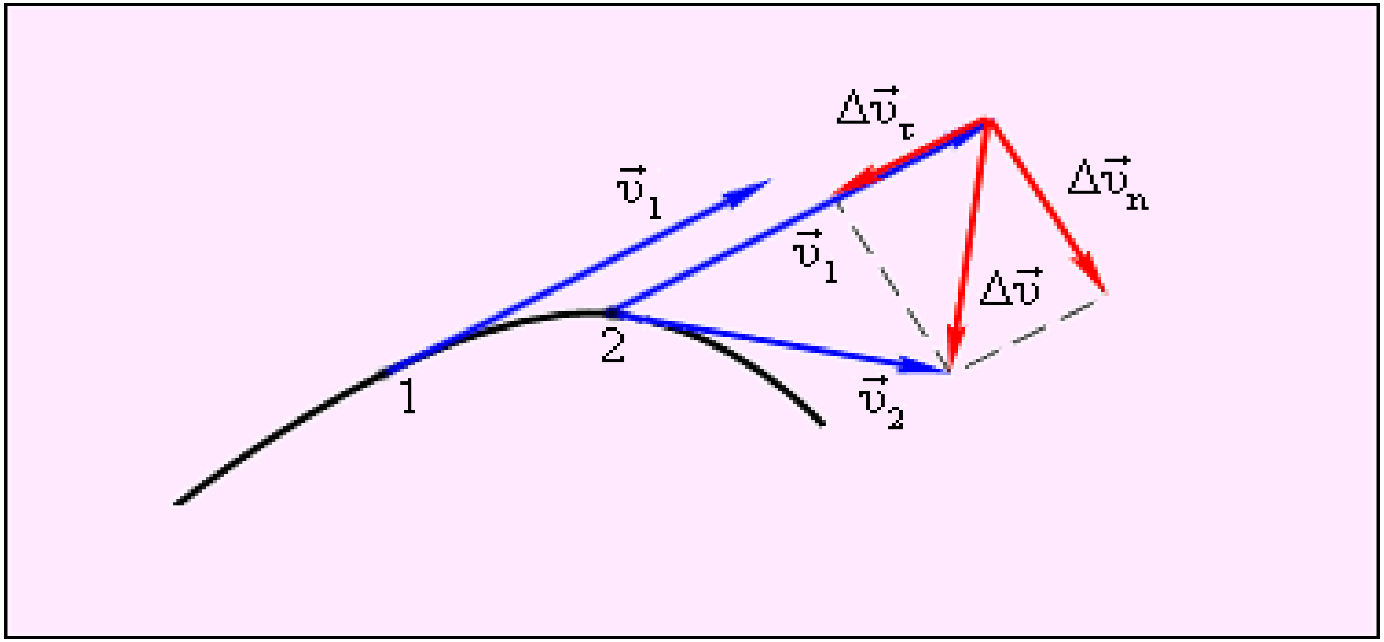


$$x = x_o + \upsilon_{ox} t + \frac{a_x t^2}{2}$$

Қисық сызықты траектория бойынша қозғалыс кезінде жылдамдық модулі жəне бағыты бойынша өзгереді. Жылдамдықтың қандай да бір азғантай уақыт ішіндегі **Δt** өзгерісін вектор арқылы сипаттауға болады. Жылдамдық векторының аз уақыт аралығындағы **Δt** өзгерісін екі құраушыға жіктеуге болады:

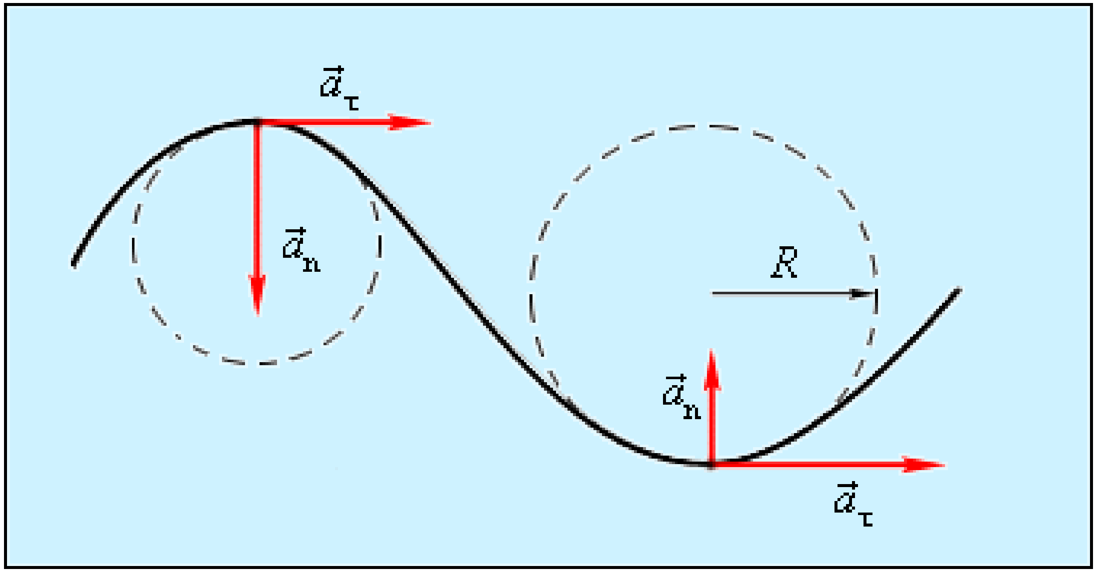
1) вектор бойынша бағытталған (**жанама құраушы**), жəне

2) векторға перпендикуляр бағытталған (**нормаль құраушы**).

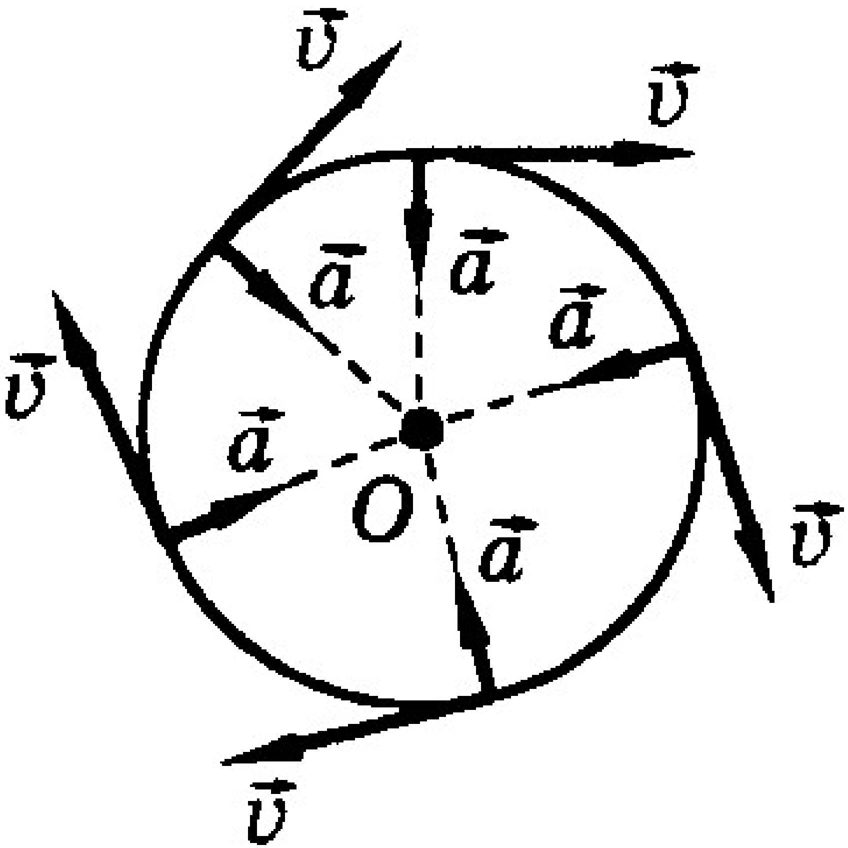


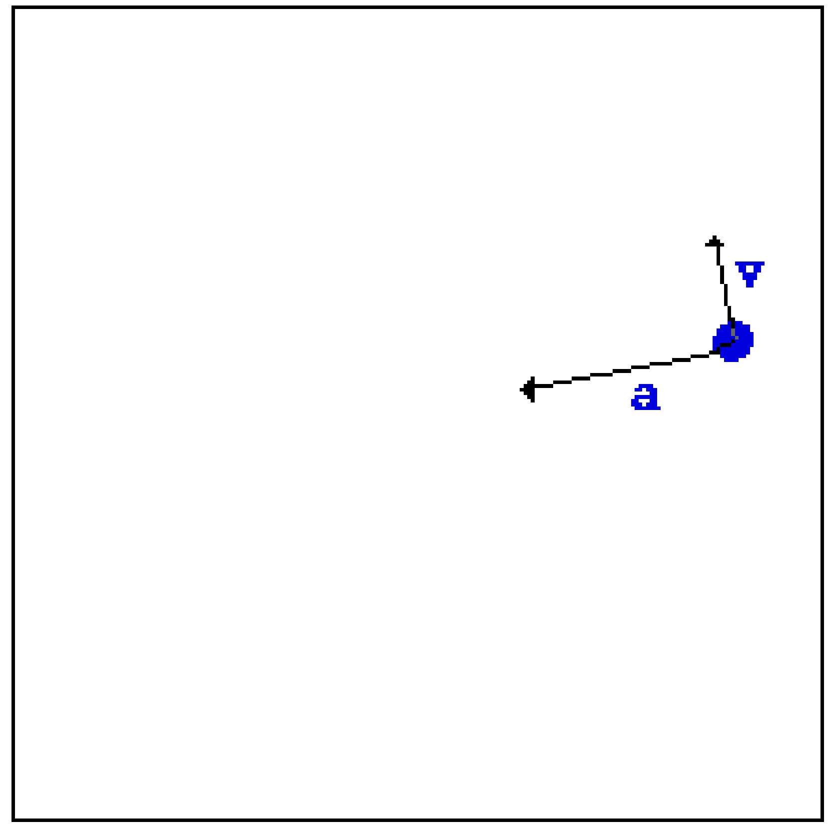
Шеңбер доғасы бойынша қозғалыс

- Қисық сызықты қозғалысты шеңбер доғасы бойынша қозғалыс ретінде көрсетуге болады



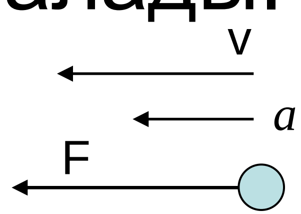
Центрге тартқыш үдеу мен жылдамдықтың бағыттары

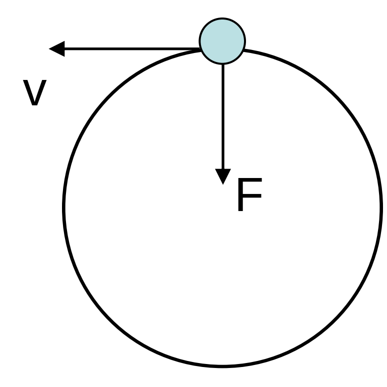




Центрге тартқыш үдеу кез келген уақытта жылдамдыққа перпендикуляр келеді.

Егер дененің жылдамдығы және оған әсер етуші күштің бағыттары бір түзудің бойында жатса, онда дене түзу сызықты қозғалады, ал егер олар өзара қиылысатын түзулер бойында жататын болса, онда дене қыйсық сызықты қозғалады.

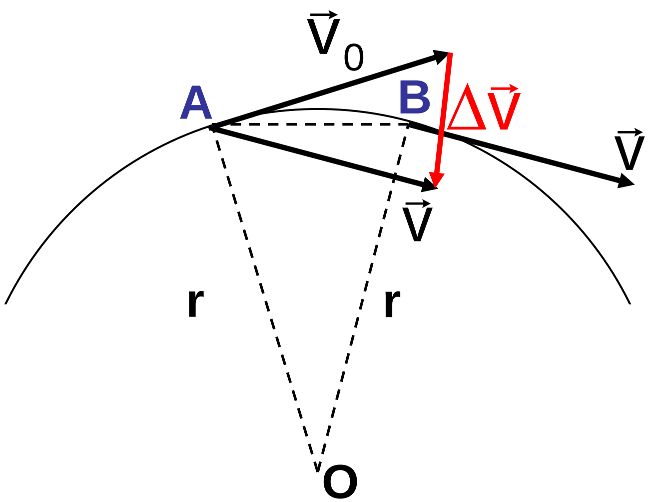




Жылдамдықтың модулі бойынша тұрақты шеңбер бойымен дененің қозғалысы

Шеңбер бойымен бірқалыпты қозғалыс – бұл үдеумен қозғалыс бірақ жылдамдық модулі өзгеріссіз қалады.

Дененің үдеуінің бағытын анықтайық



Үдеу мынау өрнекпен анықталады:

$$\vec{a} = \frac{\vec{V} - \vec{V}_0}{t}$$

Дене радиусы **r** шеңбер боымен айналады. Дене аз уақыт **t** ішінде **A** нүктесінен, оған жақын орналасқан **B** нүктесіне өтсін дейік (онда шеңбердің AB ұзындығы **AB** хордасымен сәйкес келеді). **A** және **B** нүктелеріндегі жылдамдықтар тең және олар $\vec{V}_0$, $\vec{V}$

V векторын A нүктесіне жылжытамыз. $\vec{V}_0$ $\vec{V}$ векторларының соңдарын түзу кескінмен жалғаймыз. Пайда болған вектор $\Delta\vec{V} = \vec{V} - \vec{V}_0$ шеңбердің ішіне қарай бағытталған. Үдеу векторы $\vec{a}$ да сол жаққа қарай бағытталған болады.

Дененің шеңбер бойымен бірқалыпты қозғалысы кезінде оның үдеуі әрқашан ішке қарай центге бағытталады. Бұл үдеу **центрге тартқыш үдеу** деп аталады.

Центрге тартқыш үдеудің модулі неге тең?

$\vec{v}_0, \vec{v}, \Delta\vec{v}$ векторлары теңбүйірлі үшбұрыш құрайды, себебі $\vec{v} = \vec{v}_0$

ОАВ үшбұрышы да теңбүйірлі (ОА және ОВ шеңбер радиустары). Сүйір бұрыштары тең теңбүйірлі үшбүрыш тәрізді. Тәріздес үшбұрыштардан ұқсас бүйірлерінің пропорционалдығы шығады.

жылдамдық өзгерісінің модулі

$$\frac{|\Delta\vec{v}|}{AB} = \frac{|\vec{v}|}{r}$$

жылдамдықтың модулі

АВ доғасының ұзындығы (= хорд) – дененің жылдамдықпен жүрген жолы

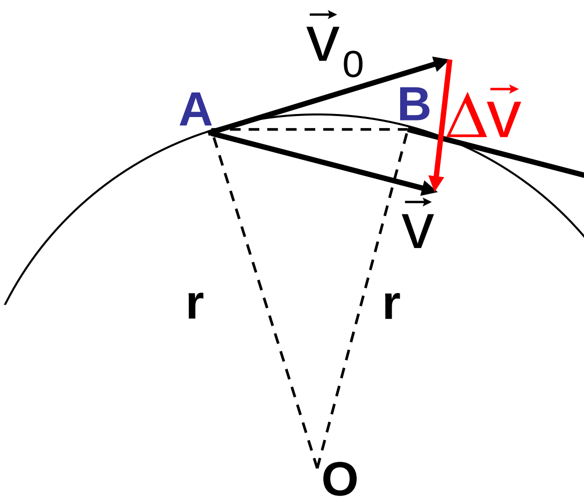
$$AB = |\vec{v}| \cdot t$$

онда

$$\frac{|\Delta\vec{v}|}{|\vec{v}| \cdot t} = \frac{|\vec{v}|}{r}$$

немесе

$$\frac{|\Delta\vec{v}|}{t} = \frac{|\vec{v}|^2}{r}$$

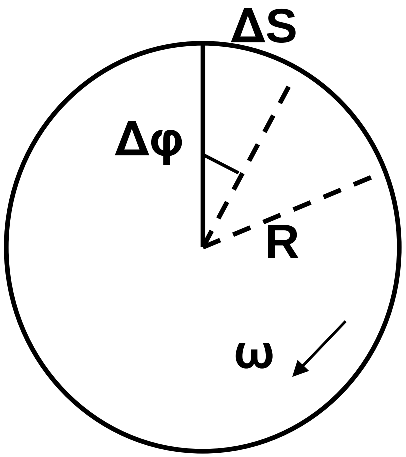


$$|\vec{a}| = \frac{|\vec{v} - \vec{v}_0|}{t}$$

Екенін ескере отырып

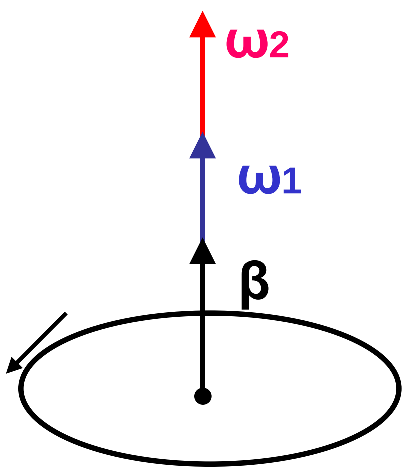
$$\boxed{|\vec{a}| = \frac{|\vec{v}|^2}{r}}$$

аламыз

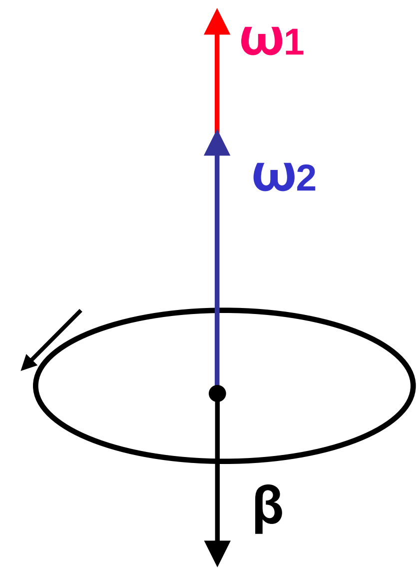


Доғa ұзындығының шеңбер радиусна қатынасы (ΔS/R=Δφ) радиан бойынша центральді бұрышқа тең **ΔS=R·Δφ.**

Айналмалы бұрыштық жылдамдық айналу өсімен бағытталған ω векторымен суреттеледі...



Бұрыштық жылдамдық векторының бағыты ***<u>оң бұранда</u>*** ережесімен анықталады**,** яғни осы айналымдағы бұранданың ілгерлемі қозғалысына бағыттас.



Егер бұрыштық жылдамдық мәні бойынша өсетін болса, онда векторлардың айырымы **$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$**, демек бұрыштық үдеу векторы де **ω_1** және **ω_2** векторларына бағыттас болады.

Егер бұрыштық жылдамдық мәні бойынша кемитін болса, онда векторлардың айырымы **$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$**, демек бұрыштық үдеу векторы **ω_1** және **ω_2** векторларына қарама-қарсы болады.

Бұрыштық және сызықтық шамалардың арасындағы байланыс

- Бұрыштық және сызықтық шамалардың арасындағы байланыс теңдеуі:

$$\vec{v} = [\vec{\omega}, \vec{r}],$$

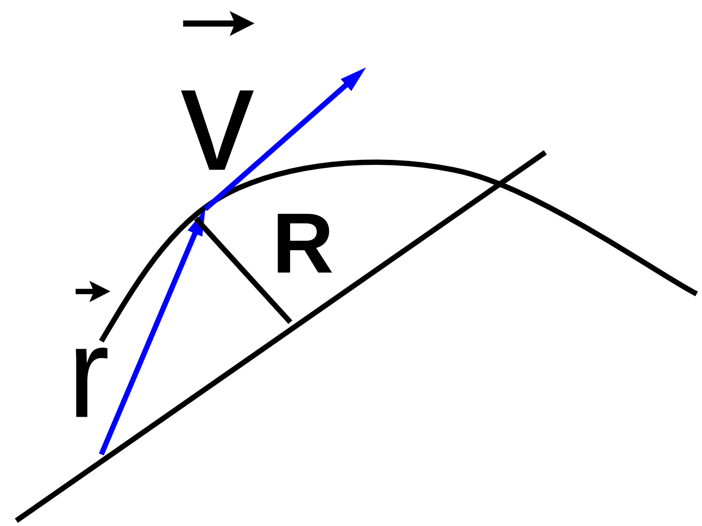
немесе, скалярлық түрде:

$v=\omega R,$

$a_n=\omega^2 R,$

$a_\tau=\beta R,$

R – айналу өсіне ең жақын арақашықтық



Айналу периоды

Әдетте дененің шеңбер бойынша қозғалысын $\vec{V}$ жылдамдықпен емес, дененің толық бір айналым жасайтын уақыт аралығымен сипаттайды.

Бұл шаманы **Т - айналым периоды** деп атайды
өлшем бірлігі – 1с (секунд)

Егер айналу периоды Т белгілі болса, онда $\vec{V}$ жылдамдықты табу оңай

Т периодқа тең уақытта дене 2πr шеңбердің үзындығына тең жол жүріп өтеді.

$$\boxed{v = \frac{2\pi r}{T}}$$

Шеңбер радиусі

Осы өрнекті үдеу теңдеуіне қоя отырып үдеудің тағы бір теңдеуін аламыз.

$$\boxed{a = \frac{4\pi^2 r}{T^2}}$$

Айналу жиілігі

Дененің шеңбер бойымен қозғалысын шеңбер бойымен бірлік уақытта айналу санымен сипаттауға болады

Бұл шаманы **n – айналу жиілігі** деп атайды

Ол айналу периодына кері тәуелділікте болады.

$$\boxed{n = \frac{1}{T}}$$

Өлшем бірлігі 1/с , немесе $с^{-1}$

Дененің шеңбер бойымен жылдамдығын **ν –** жиілік арқылы да сипаттауға болады. Бір айналым кезде дене 2πr - тең жол жүріп өтеді. Онда, n айналым кезде дене 1 секундта 2πrn – тең жол жүріп өтеді

$$\boxed{v = 2\pi \cdot r \cdot n}$$

Осы өрнекті үдеу өрнегіне қоямыз

$$\boxed{a = 4\pi^2 n^2 r}$$

Үдеудің тангенциальді және нормальді құраушыларына байланысты қозғалыс келесі түрлерге бөлінеді:

1) $a_n = 0$; $a_t = 0$ – түзусызықты бірқалыпты қозғалыс

2) $a_n = 0$; $a_t = \pm const$ – түзусызықты бірқалыпты үдемелі қозғалыс (+) немесе бірқалыпты кемімелі қозғалыс (-)

3) $a_n = 0$; $a_t = f(t)$ – түзусызықты айнымалы үдеумен

4) $a_n = f(t)$; $a_t = 0$ – бірқалыпты қисық сызықты қозғалыс. Егер $a_n = const$, онда қозғалыс шеңбер бойымен болады

5) $a_n \neq 0$; $a_t \neq 0$ – қисықсызықты айнымалы ($a_t = f(t)$) немесе тұрақты ($a_t = \pm const$) үдеумен қозғалады

Ілгерлемелі қозғалыс	Айналмалы қозғалыс
біркалыпты	
$S=\upsilon\cdot t$	$\varphi=\omega\cdot t$
$\upsilon=const$	$\omega=const$
$a=0$	$\beta=0$
Біркалыпты айнымалы	
$S=\upsilon_0\cdot t+at^2/2$	$\varphi=\omega_0+\beta t^2/2$
$\upsilon=\upsilon_0+at$	$\omega=\omega_0+\beta t$
$a=const$	$\beta=const$
біркалыпсыз	
$S=f(t)$	$\varphi=f(t)$
$\upsilon=dS/dt$	$\omega=d\varphi/dt$
$a=d\upsilon/dt=d^2S/dt^2$	$\beta=d\omega/dt=d^2\varphi/dt^2$